

Cahier de vacances pour bien préparer la rentrée en TPC1

Ces exercices ont pour objectif principal de vous permettre d'observer vos compétences et d'apprécier vos réussites, ainsi que vos difficultés éventuelles. Vous pouvez ainsi faire un bilan précis de vos acquis et des thèmes à approfondir afin de préparer votre rentrée.

Ces exercices type doivent être maîtrisés, n'hésitez pas à me questionner via l'adresse de messagerie: **olivier.lopez034@gmail.com**, afin que je vous aide à palier vos difficultés.

Rassurez-vous, il est normal de ne pas savoir tout faire, en revanche, il est anormal de ne pas poser de questions :-)

Exercice 1

Exprimer ces phrases en langage mathématique:

- A est l'inverse de $a + 1$.
- B est le produit de a par la somme de 3 et du double de b .
- C est le double de la somme de a et de l'inverse de b .
- Le produit de a par la somme de b et du double de c est égal à D .
- La somme du double du carré de a et du produit de a par b vaut l'inverse de E .
- Le triple de F est égal au produit du double de la somme de a et de b par a .
- G est obtenu en retranchant b de $x - a$.

Exercice 2

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant:

- $-4; -8; 6; -2; 3$.
- $-1; -0.99; -0.9; 0.999; -1.01$.
- $5.01; 5.1; 5.094; 5.101; 5.1002$.

Exercice 3



Calculer:

- $-3 + 8 =$

- $1 + (-8) =$

- $5 - (-3) =$

- $-4 - 8 =$

- $-3 - (-3) =$

- $5 - 7 - (-9) =$

Exercice 4



Calculer:

- $-4 \times 3 =$

- $-2 \times (-5) =$

- $-4 \times (-1) \times 7 =$

- $(-4) \times (-1) \times 7 =$

- $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$

- $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$

Exercice 5



Calculer:

- $12 - (-4 + 6) =$

- $5 + 2 \times 3 =$

- $-2 \times 6 + (-4) =$

- $3 - (-4) \times (-2) =$

- $2 + 6 \times 1 + 4 =$

- $\frac{2+8}{2+3} =$

Exercice 6



Calculer les expressions pour $a = -2$; $b = 3$; $c = -1$ et $d = 1$:

- $A = a + b + c + d =$

- $B = a - b + c - d =$

- $C = -a + b - c - d =$

- $D = -(a + b) + (c + d) =$

- $E = -(a - b) - (c - d) =$

Exercice 7



Calculer:

- $\frac{-8}{2} =$
- $\frac{-8}{-4} =$
- $\frac{-6-4}{5} =$
- $\frac{3 \times 4 \times 5 \times 6}{2 \times 3 \times 4 \times 5} =$

- $\frac{10 \times 4 \times 3}{2 \times 3 \times 4} =$
- $\frac{10}{2} + \frac{6}{3} =$
- $\frac{-8}{-4} + \frac{-9}{3} =$

Exercice 8



Simplifier (si possible) les nombres et expressions en écriture fractionnaire suivants:

- $\frac{2}{6} =$
- $\frac{5}{15} =$
- $\frac{200}{6000} =$
- $\frac{-36}{-90} =$
- $\frac{-6}{23} =$
- $\frac{22}{121} =$
- $\frac{x+3}{x+7} =$
- $\frac{5x}{5y} =$
- $\frac{3x+2}{3y+2} =$

- $\frac{x^2}{2x} =$
- $\frac{2x+x^3}{x} =$
- $\frac{x}{x+x^2} =$
- $\frac{x}{2x+3} =$
- $\frac{a^2}{b^2} =$
- $\frac{5x+5}{x+1} =$
- $\frac{x^2+x}{x^4-2x^3+3x} =$
- $\frac{t^2+2t+1}{(t+1)^3} =$
- $\frac{y+3}{3y^2+18y+27} =$

Exercice 9



Calculer et simplifier:

- $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} =$
- $\frac{-3}{4} + \frac{9}{4} =$
- $\frac{1}{2} - \frac{5}{2} =$
- $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$

- $\frac{2}{7} + \frac{3}{2} =$
- $\frac{-1}{4} + \frac{2}{3} =$
- $\frac{2}{5} + \frac{1}{-2} =$
- $\frac{1}{3} - \frac{4}{12} =$

Exercice 10



Calculer et simplifier:

$$\bullet \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} =$$

$$\bullet 3 \times \frac{5}{4} =$$

$$\bullet \frac{-1}{7} \times \frac{3}{-2} =$$

$$\bullet \frac{4}{8} \times 2 =$$

$$\bullet \frac{2}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} =$$

$$\bullet \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}} =$$

$$\bullet \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{10}} =$$

$$\bullet \frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{5}}{\frac{2}{5}} =$$

Exercice 11



Calculer ou écrire sous forme de fraction:

$$\bullet 2^3 =$$

$$\bullet 3^2 =$$

$$\bullet (-3)^2 =$$

$$\bullet 3^{-2} =$$

$$\bullet (-2)^{-3} =$$

$$\bullet 10^5 =$$

$$\bullet 10^{-3} =$$

Exercice 12



Écrire (si possible) sous la forme a^n avec a et n nombres entiers relatifs:

$$\bullet 2^3 \times 2^4 =$$

$$\bullet 2^3 + 2^4 =$$

$$\bullet 3^{-4} \times 3^{-5} =$$

$$\bullet 2^5 \times 3^5 =$$

$$\bullet \frac{7^5}{7^3} =$$

$$\bullet \frac{2^5 \times 2^4}{2^{-4}} =$$

$$\bullet (10^4)^3 =$$

$$\bullet 10^{4^3} =$$

Exercice 13



Écrire les expressions suivantes sous la forme $2^a \times 3^b$ avec a et b nombres entiers relatifs:

$$\bullet 2^8 \times 3^4 \times 2^4 \times 3^{-2} =$$

$$\bullet 4^3 \times 9^5 =$$

$$\bullet 2^{-3} \times 3^2 \times \frac{1}{2^4} \times (3^2)^4 =$$

$$\bullet (2^3 \times 3^4)^5 =$$

$$\bullet \frac{2^5 \times 3^{-2}}{3^4 \times 2^3} =$$

Exercice 14

Développer et réduire les expressions suivantes:

- $3(x + 2) =$
- $6(a - b) =$
- $-2(2x + 3) =$
- $-(-5x^2 + 7x - 3) =$
- $4x(2x + 5) =$
- $(x + 2)(x + 4) =$
- $(2x + 5)(3x - 7) =$
- $(5x - 3)(2x - 1) =$
- $(y + 4)(2y - 3) + (y + 2)(y - 5) =$
- $(y + 4)(2y - 3) - (y + 2)(y - 5) =$

Exercice 15

Développer et réduire les expressions suivantes:

- $(x + 2)^2 =$
- $(2x - 3)^2 =$
- $(3y - 5)^2 =$
- $(x - 2)(x + 2) =$
- $(2x + 5)^2 - (x^2 - 20x + 9) =$
- $(y + 3)^2 - (y - 2)^2 =$

Exercice 16

Factoriser les expressions suivantes:

- $2x + 2y =$
- $x^2 + 3x =$
- $3a^2 + 6a =$
- $x^2 + 6x + 9 =$
- $y^2 - 9 =$
- $(2x + 6)(x + 2) + (x + 2)(x - 5) =$
- $(3z + 1)(z + 1) - (3z + 1)(3z - 4) =$
- $(x - 2)(3x + 7) - (x - 2)^2 =$

Exercice 17

À l'aide des égalités suivantes, exprimer x en fonction de y :

- $3y = x + 2$

- $y = 3x + 2$

- $y + 4x = 5y - 4x$

- $(x + 2)(y + 3) = 0$

- $y = \frac{3}{x}$

- $y = \frac{2}{x} + 5$

- $y = \frac{2}{x+1} + 5$

- $y = \frac{2}{x} + \frac{2}{3x}$

Exercice 18



Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible :

- $\sqrt{12} =$

- $\sqrt{8} =$

- $\sqrt{18} =$

- $3\sqrt{200} =$

- $2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} =$

- $6\sqrt{2} + 3\sqrt{18} + \sqrt{32} =$

Exercice 19

Résoudre les équations suivantes :

- $x + 5 = 8$

- $2x + 3 = x - 4$

- $5x + 5 = x + 1$

- $(x + 2)(x - 3) = 0$

- $(2x + 4)(3x - 5) = 0$

- $x^2 = 4$

- $3y^2 = 27$

- $z^2 = 5$

Exercice 20

Résoudre les inéquations suivantes et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée:

- $3x + 5 \leq 2x + 6$

- $y + 1 \leq 5y + 9$

- $2z > 4z - 6$

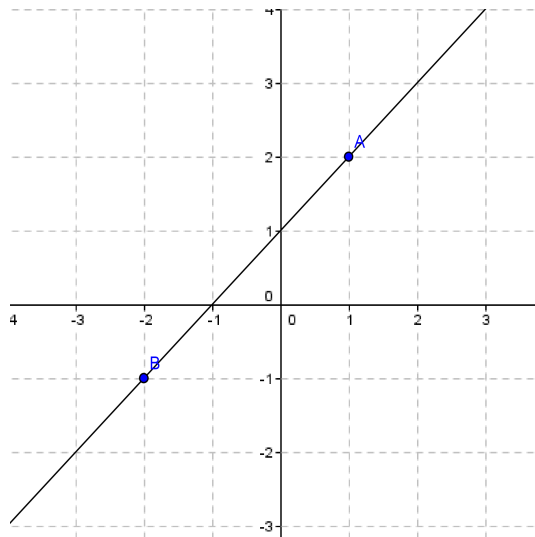
Exercice 21

Résoudre le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} x - 4y = 7 \\ 6x - 3y = 0 \end{cases}$$

Exercice 22

On se place dans le repère orthonormé suivant d'unité 1cm:

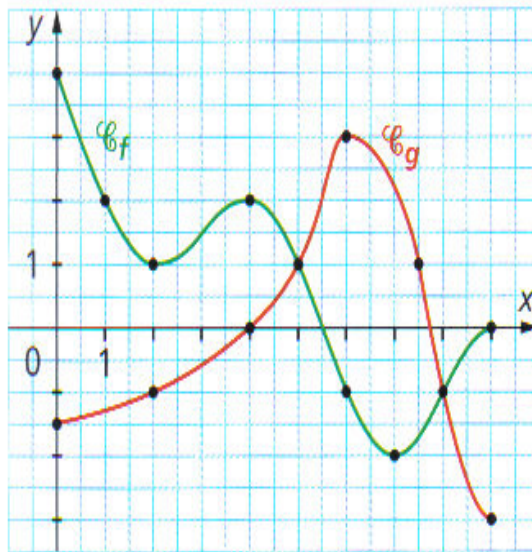


- Déterminer les coordonnées des points A et B .
- Placer les points C , D et E de coordonnées respectives $(2; 0)$, $(-2; 1)$ et $(3; 2)$.

- Calculer la longueur CD .
- Placer le milieu I du segment $[DE]$ et déterminer ses coordonnées.
- Déterminer l'équation de la droite (AB) .

Exercice 23

Dans le repère orthonormé suivant, les courbes C_f et C_g sont représentatives de deux fonctions f et g :



- Déterminer graphiquement les images de 2 par les fonctions f et g .
- Déterminer graphiquement les images de 4 par les fonctions f et g .
- Déterminer graphiquement les antécédents de 1 par les fonctions f et g .
- Résoudre graphiquement $f(x) = 2$.
- Résoudre graphiquement $g(x) \geq 1$.

- Sur quelle(s) partie(s) de l'intervalle $[0; 9]$ la fonction f est-elle croissante? décroissante?
- Déterminer graphiquement les maxima et minima de f et de g sur $[0; 9]$.

Exercice 24

Résoudre sur \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes (on pourra s'aider d'un tableau des signes):

- $2x + 4 = 0$ et $2x + 4 > 0$.
- $-3x + 12 = 0$ et $-3x + 12 \leq 0$.
- $(x + 3)(x - 5) = 0$ et $(x + 3)(x - 5) \geq 0$.
- $\frac{x}{x+2} = 1$ et $\frac{x}{x+2} < 1$.

Exercice 25

On considère f une fonction dérivable sur un intervalle I et $x_0 \in I$.

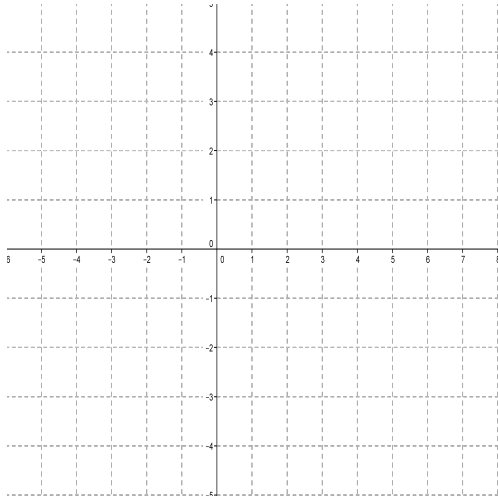
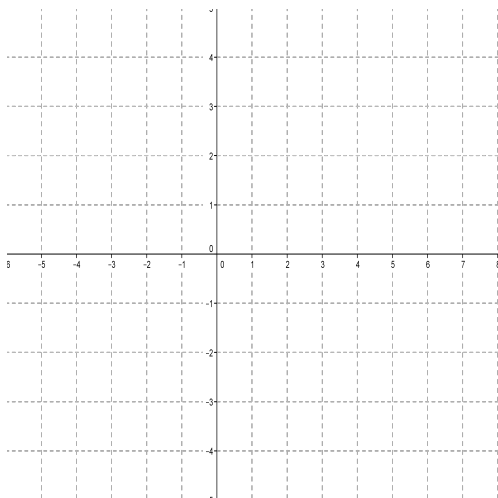
- Exprimer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse x_0 .

$$y =$$

- On suppose à présent que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4$.
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

Exercice 26

Compléter le tableau suivant:

<p><i>Fonction exponentielle</i></p> $x \longmapsto e^x$ <p>Définie sur ...</p> $(e^u)' = \dots$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = \dots$	<p>Parmi ces égalités, certaines sont vraies, d'autres sont fausses. Entourer celles que vous pensez être vraies.</p> $e^a \times e^b = e^{a+b}$ $e^a + e^b = e^{a \times b}$ $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ $(e^a)^b = e^{a+b}$ $(e^a)^b = e^{a \times b}$ $e^0 = \dots$	<p>Construire le graphe de la fonction exponentielle.</p> 
<p><i>Fonction logarithme</i></p> $x \longmapsto \ln x$ <p>Définie sur ...</p> $(\ln(u))' = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = \dots$	<p>Parmi ces égalités, certaines sont vraies, d'autres sont fausses. Entourer celles que vous pensez être vraies.</p> $\ln(a + b) = \ln(a) \times \ln(b)$ $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ $\ln(a^n) = \ln(n \times a)$ $\ln(a^n) = n \ln(a)$ $\ln(1) = \dots \text{ et } \ln(e) = \dots$	<p>Construire le graphe de la fonction logarithme.</p> 

Exercice 27

Compléter les égalités suivantes avec u fonction dérivable :

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">• $(u^2)' =$• $(u^3)' =$• Si $n \in \mathbb{N}$ alors $(u^n)' =$• Pour v dérivable, $(u \times v)' =$• Pour v dérivable ne s'annulant pas, $(\frac{u}{v})' =$• Pour u ne s'annulant pas, $(\frac{1}{u})' =$ | <ul style="list-style-type: none">• $(e^u)' =$• $(\ln(u))' =$• $(\sqrt{u})' =$• Soit $f : t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ définie sur \mathbb{R}, $\forall t \in \mathbb{R}, f'(t) =$• Soit $g : t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$ définie sur \mathbb{R}, $\forall t \in \mathbb{R}, g'(t) =$ |
|--|---|

Exercice 28

On note D le domaine de dérivabilité des fonctions f suivantes (on ne demande pas de déterminer D). Exprimer $f'(x)$ pour $x \in D$.

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none">1. $f : x \mapsto 3 + 4x - 5x^2 + 7x^3$.2. $f : x \mapsto -2017 + 2x - \frac{1}{x} - 2x^3 + e^x$.3. $f : x \mapsto e^{x^2+3x+1}$.4. $f : x \mapsto \ln(x - 5)$.5. $f : x \mapsto (x + 1) \cos(x)$.6. $f : x \mapsto \ln(x) \sin(x)$. | <ol style="list-style-type: none">7. $f : x \mapsto (x^2 + 3x - 5)^2$.8. $f : x \mapsto e^x(x^4 + 4x^2 - 5) + \ln(x)$.9. $f : x \mapsto \cos(x) \sin(x)$.10. $f : x \mapsto \tan(x)$.11. $f : x \mapsto \frac{3x-1}{x^2-3x+2}$.12. $f : x \mapsto \frac{e^x+6x}{x-2}$. |
|---|---|

Exercice 29

(Dur dur)

1. Construire les courbes représentatives Cf et Cg des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto e^x$ et $g : x \mapsto e^{-x}$.
2. Placer des points M et N respectivement sur Cf et Cg et de même abscisse que vous choisirez. Construire les tangentes Δ et Δ' à Cf et Cg aux points M et N .
3. Quelle est la particularité des droites Δ et Δ' .
4. Δ et Δ' coupent l'axe des abscisses en P et P' . Montrer que la distance PP' est constante.